

Решение задачи по функциям нескольких переменных скачано с

[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=mafnp](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=mafnp)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

## **Функции нескольких переменных Частные производные**

**ЗАДАНИЕ.**

*Проверить, удовлетворяет ли функция двух переменных  $z = f(x, y)$*

*указанному дифференциальному уравнению.*

$$z = x \sin \frac{y}{x} + y \ln \frac{y}{x}, \quad y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

**РЕШЕНИЕ.**

Вычисляем необходимые производные.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left( x \sin \frac{y}{x} + y \ln \frac{y}{x} \right)_x' = \sin \frac{y}{x} + x \cos \frac{y}{x} \left( \frac{y}{x} \right)_x' + y \frac{x}{y} \left( \frac{y}{x} \right)_x' = \sin \frac{y}{x} - \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} - \frac{y}{x}.$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left( x \sin \frac{y}{x} + y \ln \frac{y}{x} \right)_y' = x \cos \frac{y}{x} \left( \frac{y}{x} \right)_y' + \ln \frac{y}{x} + y \frac{x}{y} \left( \frac{y}{x} \right)_y' = \cos \frac{y}{x} + \ln \frac{y}{x} + 1$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \left( \cos \frac{y}{x} + \ln \frac{y}{x} + 1 \right)_y' = -\sin \frac{y}{x} \left( \frac{y}{x} \right)_y' + \frac{x}{y} \left( \frac{y}{x} \right)_y' = -\frac{1}{x} \sin \frac{y}{x} + \frac{1}{y}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= \left( \sin \frac{y}{x} - \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} - \frac{y}{x} \right)_y' = \cos \frac{y}{x} \left( \frac{y}{x} \right)_y' - \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \sin \frac{y}{x} \left( \frac{y}{x} \right)_y' - \frac{1}{x} = \\ &= \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} - \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + \frac{y}{x^2} \sin \frac{y}{x} - \frac{1}{x} = \frac{y}{x^2} \sin \frac{y}{x} - \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

Подставляем все:

$$y \left( -\frac{1}{x} \sin \frac{y}{x} + \frac{1}{y} \right) + x \left( \frac{y}{x^2} \sin \frac{y}{x} - \frac{1}{x} \right) = 0,$$

$$-\frac{y}{x} \sin \frac{y}{x} + 1 + \frac{y}{x} \sin \frac{y}{x} - 1 = 0,$$

$$0 = 0.$$

Верно.