

**Задача с решением по численным методам**  
**Тема: графическое отделение корней и метод итераций**

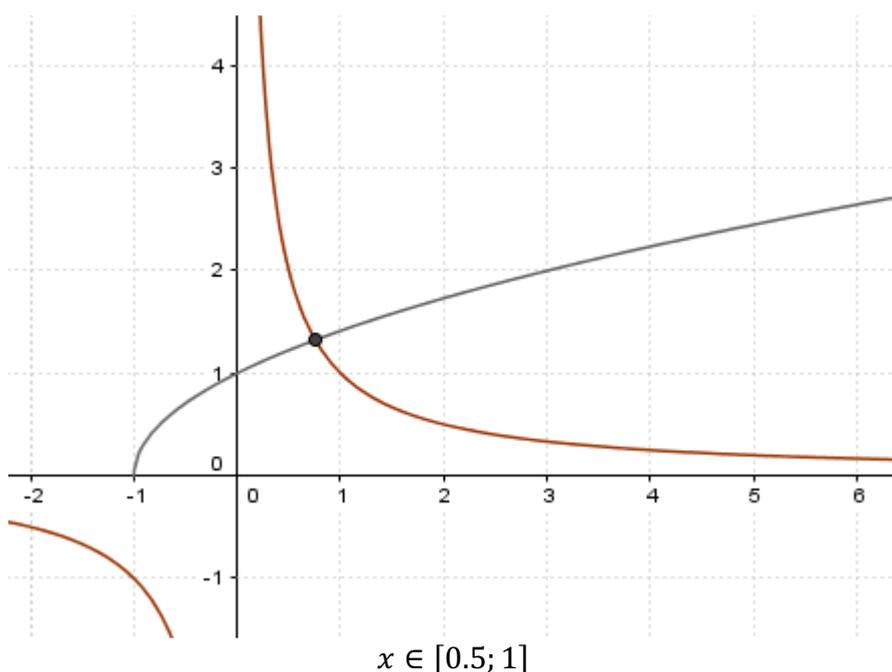
**ЗАДАНИЕ.**

Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом итераций с точностью до 0,001.

$$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$$

**РЕШЕНИЕ.**

- 1) Отделим корни графически:
- 2)



Для решения методом простой итерации перепишем уравнение в виде  $x = \varphi(x)$ :

$$x = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

Достаточным условием сходимости является  $|\varphi'(x)| < 1$ .

$$\varphi'(x) = -\frac{1}{2(x+1)^{3/2}}$$

На начальном отрезке  $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ :  $|\varphi'(x)| \leq \sqrt{6}/9 < 1$ , сходимость метода обеспечена.

Уравнение записано в виде  $x = \varphi(x)$ . Пусть имеется начальное приближение к корню  $x = x_0$ . Подставим его в правую часть уравнения  $x = \varphi(x)$  и получим новое приближение  $x_1 = \varphi(x_0)$ , затем аналогичным образом получим  $x_2 = \varphi(x_1)$ . и т.д.,  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ . Считаем, что корень найден, если  $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - заданная погрешность.

| $i$ | $x$      | $\varphi(x)$ | $ x_{i+1} - x_i $ |
|-----|----------|--------------|-------------------|
| 0   | 1        | 0,707107     |                   |
| 1   | 0,707107 | 0,765367     | 0,292893          |
| 2   | 0,765367 | 0,752632     | 0,05826           |
| 3   | 0,752632 | 0,755361     | 0,012735          |
| 4   | 0,755361 | 0,754774     | 0,002729          |
| 5   | 0,754774 |              | 0,000587          |

$$x \approx 0.7548$$